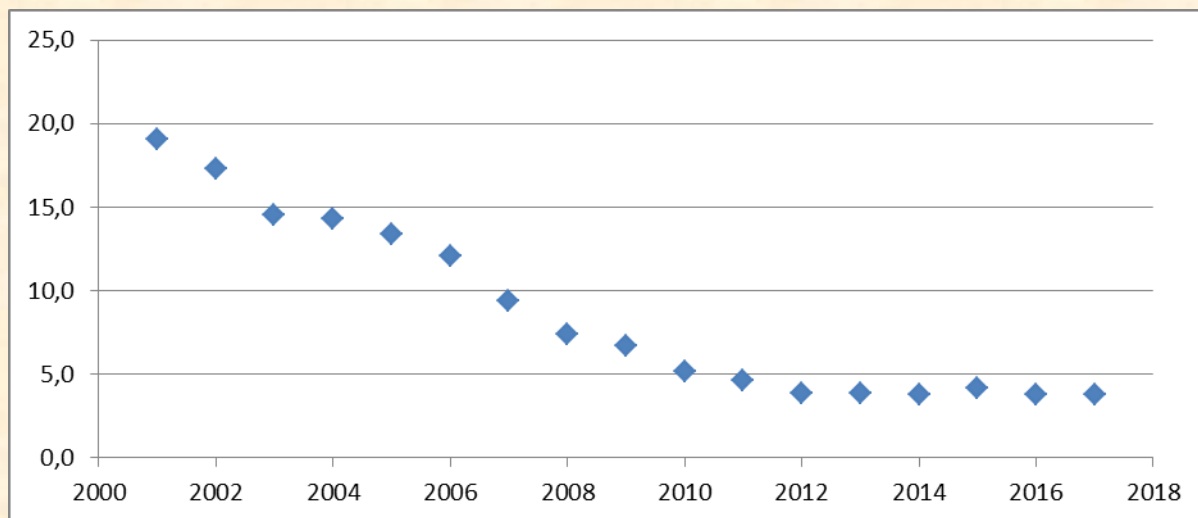


Тема лекции и практики:

**«ПОСТРОЕНИЕ ПРОГНОЗА С
ПОМОЩЬЮ СРЕДНЕГО
ПРИРОСТА И СРЕДНЕГО ТЕМПА
РОСТА. СГЛАЖИВАНИЕ
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ»**

Дан временной ряд объемов продаж фирмы за период с 2001 по 2017 годы. Построить прогноз на 2018 год методом среднего прироста показателя.

Год	Порядковый номер периода	Объем продаж, тонн	Год	Порядковый номер периода	Объем продаж, тонн
2001	1	19,1	2009	9	6,7
2002	2	17,3	2010	10	5,2
2003	3	14,5	2011	11	4,6
2004	4	14,3	2012	12	3,9
2005	5	13,4	2013	13	3,9
2006	6	12,1	2014	14	3,8
2007	7	9,4	2015	15	4,2
2008	8	7,4	2016	16	3,8
			2017	17	3,8



Пример прогноза с помощью среднего прироста показателя

Год	Объем продаж, тонн	Годовой прирост, тонн		
2001	19,1			
2002	17,3	-1,8		
2003	14,5	-2,8		
2004	14,3	-0,2		
2005	13,4	-0,9		
2006	12,1	-1,3		
2007	9,4	-2,7		
2008	7,4	-2		
2009	6,7	-0,7		
2010	5,2	-1,5		
2011	4,6	-0,6		
2012	3,9	-0,7		
2013	3,9	0		
2014	3,8	-0,1		
2015	4,2	0,4		
2016	3,8	-0,4		
2017	3,8	0		
В среднем		-0,95625		
Прогноз на 2018 год		= 3,8-0,95625 =	2,84375	тонн

Как рассчитывается средний тем роста показателя (вспомним!!!)

2) Если $k=0$

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{\sum x_i}{n}} = \sqrt[n]{\frac{\sum 1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{n}{n}} = \sqrt[n]{1}$$

$\bar{x}^0 = 1 \Rightarrow \bar{x} = \infty$ / нулик \Rightarrow

применяется теория пределов:

$$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

\rightarrow простая средняя поч.

$$\bar{x}_{\text{геом взвешенная}} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$$

(1)

(2)

3)

темпы роста

<u>цепной</u>	<u>базисный</u>
$TP_{2/1} = \frac{x_2}{x_1}$	$TP_{2/1} = \frac{x_2}{x_1}$
$TP_{3/2} = \frac{x_3}{x_2}$	$TP_{3/2} = \frac{x_3}{x_1}$

и т.д.

В знаменателе - значение показателя в предыдущем периоде

В числителе - значение показателя в базисном периоде

(1) $TP_{\text{цепной}} = \sqrt[n-1]{TP_{2/1} \cdot TP_{3/2} \cdot TP_{4/3} \cdot \dots}$

- это формула, если $x \rightarrow$ интервальный или средний

(2) $TP_{\text{цепной}} = \sqrt[n]{TP_{\text{кон нач}} \cdot TP_{\text{кон нач}} \cdot TP_{\text{кон нач}}}$

- это если $x \rightarrow$ моментный

Как рассчитывается средний тем роста показателя (вспомним!!!)

(4)

$$\overline{Tр}_{целной} = \sqrt[T-1]{\frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_3}{x_2} \cdot \frac{x_4}{x_3} \cdot \dots \cdot \frac{x_T}{x_{T-1}}}$$
$$= \sqrt[T-1]{\frac{x_T}{x_1}}$$

$\overline{Tр}_{целной} = \sqrt[T-1]{\frac{x_T}{x_1}}$ — это базис. индекс (1)*

⋮

$$\overline{Tр}_{целной} = \sqrt[T]{\frac{x_{кон.1}}{x_{нач.1}} \cdot \frac{x_{кон.2}}{x_{нач.2}} \cdot \dots \cdot \frac{x_{кон.T}}{x_{нач.T}}}$$
$$= \sqrt[T]{\frac{x_{кон.T}}{x_{нач.1}}}$$

$\overline{Tр}_{целной} = \sqrt[T]{\frac{x_{кон.T}}{x_{нач.1}}}$ — это базис. индекс (2)*

Прогноз объемов продаж с помощью среднего темпа роста показателя

Год	Объем продаж, тонн	Цепной темп роста, %
2001	19,1	
2002	17,3	90,58%
2003	14,5	83,82%
2004	14,3	98,62%
2005	13,4	93,71%
2006	12,1	90,30%
2007	9,4	77,69%
2008	7,4	78,72%
2009	6,7	90,54%
2010	5,2	77,61%
2011	4,6	88,46%
2012	3,9	84,78%
2013	3,9	100,00%
2014	3,8	97,44%
2015	4,2	110,53%
2016	3,8	90,48%
2017	3,8	100,00%
В среднем		90,40%
Прогноз на 2018 год		3,435227359 тонн

Сглаживание временных рядов

На значения прогнозируемой величины действуют следующие виды факторов:

- 1) постоянные (системные);
- 2) сезонные, циклические;
- 3) случайные (возникающие внезапно и влияющие на значения прогнозируемой величины).

Когда рассматривается временной ряд, то исследователь может не знать точно в какой период и какие факторы подействовали, поэтому временной ряд прогнозируемой величины перед построением прогноза может быть сглажен!!!!

Сглаживание временного ряда – это замена фактических исходных данных средними значениями.

Цель сглаживания временного ряда – скорректировать значения временного ряда показателя, т.к. на динамику показателя кроме постоянных (системны) факторов могут влиять случайные факторы. Так как возникновение случайных факторов в будущем предсказать не возможно, данные факторы не являются постоянно действующими, а также не являются сезонными или циклическими, то исходные значения ряда динамики нужно усреднить

Виды средних величин для сглаживания временного ряда. Пример сглаживания с помощью простых скользящих средних.

- 1) Скользящие средние (простые и взвешенные);
- 2) Экспоненциальные средние

Простые скользящие средние – это средние арифметические простые

Год	Объем продаж, тонн	Интервал сглаживания 2 периода	Интервал сглаживания 3 периода	Интервал сглаживания 4 периода	Интервал сглаживания 5 периодов
2001	19,1				
2002	17,3	18,2	17,0		
2003	14,5	15,9	15,4	16,3	15,7
2004	14,3	14,4	14,1	14,9	14,3
2005	13,4	13,9	13,3	13,6	12,7
2006	12,1	12,8	11,6	12,3	11,3
2007	9,4	10,8	9,6	10,6	9,8
2008	7,4	8,4	7,8	8,9	8,2
2009	6,7	7,1	6,4	7,2	6,7
2010	5,2	6,0	5,5	6,0	5,6
2011	4,6	4,9	4,6	5,1	4,9
2012	3,9	4,3	4,1	4,4	4,3
2013	3,9	3,9	3,9	4,1	4,1
2014	3,8	3,9	4,0	4,0	3,9
2015	4,2	4,0	3,9	3,9	3,9
2016	3,8	4,0	3,9	3,9	
2017	3,8	3,8			

Значения, выделенные красным цветом, не окончательные, т.к. необходимо данные значения центрировать. Центрирование – это привязка значения к середине интервала.

Для сглаживания нужно выбрать интервал сглаживания, т.е. количество периодов для расчета среднего значения величины.

В результате сглаживания исходный временной ряд становится короче, т.е. происходит потеря точек данных. Чем длиннее интервал сглаживания, тем ряд становится короче.

Название скользящие средние означает, что интервал сглаживания нужно смещать на 1 период вниз.

Виды средних величин для сглаживания временного ряда

Пример расчета скользящего среднего

Если интервал сглаживания = 2: $(19,1+17,3)/2 = 18,2$; $(17,3+14,5)/2 = 15,9$ и т.д.

Если интервал сглаживания = 3: $(19,1+17,3+14,5)/3 = 17$; $(17,3+14,5+14,3)/3 = 15,4$ и т.д.

Если интервал сглаживания = 4: $(19,1+17,3+14,5+14,3)/4 = 16,3$; $(17,3+14,5+14,3+13,4)/4 = 14,9$ и т.д.

Если интервал сглаживания = 5: $(19,1+17,3+14,5+14,3+13,4)/5 = 15,7$; $(17,3+14,5+14,3+13,4+12,1)/5 = 14,3$ и т.д.

Скользящее среднее должно быть отнесено к конкретному периоду времени.

Если интервал сглаживания содержит нечетное число значений (периодов), то скользящее среднее записывается в центр интервала сглаживания (в центральный период).

Если интервал сглаживания содержит четное число значений (периодов), то центрального периода нет, поэтому здесь необходима процедура центрирования полученных сглаженных значений.

Пример центрирования

Это уже центрированные значения. Чтобы значения центрировать, нужно рассчитать среднее арифметическое двух соседних сглаженных значений.

Центрированные значения также скользящие.

Год	Интервал сглаживания 2 периода	Интервал сглаживания 4 периода
2001		
2002	17,05	
2003	15,15	15,5875
2004	14,125	14,225
2005	13,3	12,9375
2006	11,75	11,4375
2007	9,575	9,7375
2008	7,725	8,0375
2009	6,5	6,575
2010	5,425	5,5375
2011	4,575	4,75
2012	4,075	4,225
2013	3,875	4
2014	3,925	3,9375
2015	4	3,9125
2016	3,9	
2017		

Значение 18,2 - это среднее в интервале 2001 - 2002 года

Значение 15,9 - это среднее в интервале 2002-2003 года

Среднее двух соседних скользящих $(18,2+15,9)/2 = 17,05$ - это среднее в интервале 2001-2003

Середина или центр этого интервала - это 2002 год, поэтому значение 17,05 нужно отнести к 2002 году.

Значение 16,3 - это среднее для интервала 2001-2004 периода.

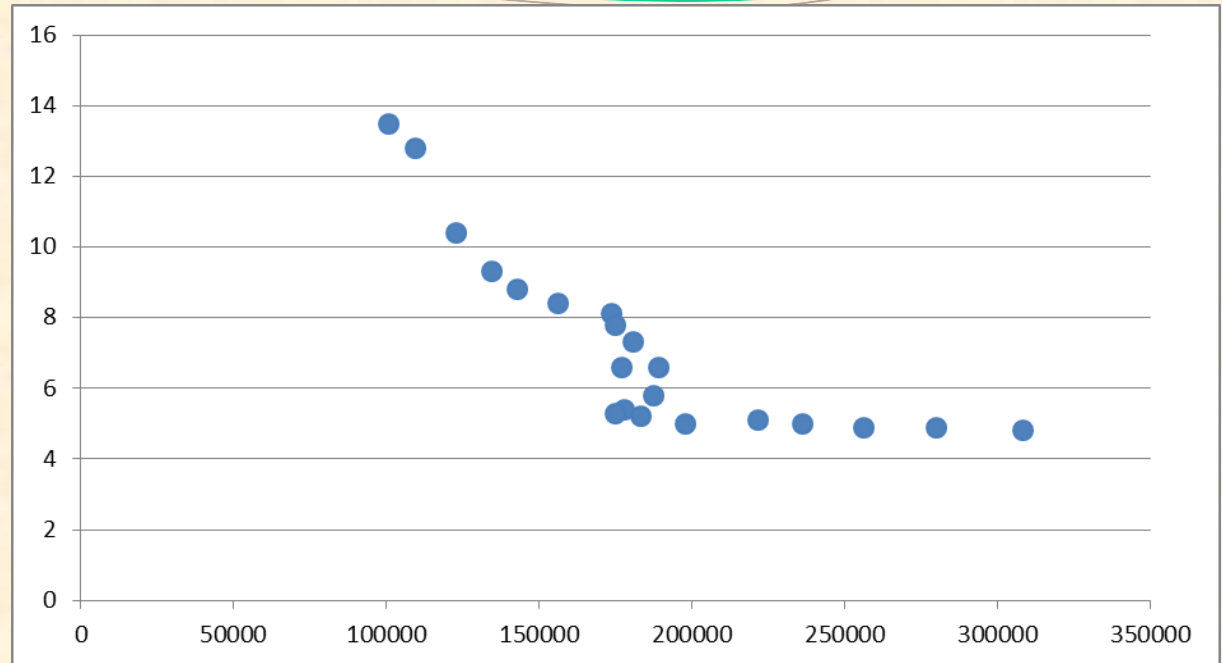
Значение 14,9 - это среднее для интервала 2002-2005 периода

Среднее двух соседних скользящих $(16,3+14,9)/2 = 15,5875$ - это среднее в интервале 2001-2005

Середина или центр интервала это 2003 год, поэтому значение 15,5875 нужно отнести к 2003 году

Пример построения прогноза по уравнению регрессии

Год	Количество действующих юридических лиц	Уровень безработицы, в процентах
1999	100831	13,5
2000	109428	12,8
2001	122935	10,4
2002	134508	9,3
2003	142629	8,8
2004	155927	8,4
2005	173621	8,1
2006	174794	7,8
2007	180646	7,3
2008	176717	6,6
2009	188800	6,6
2010	187161	5,8
2011	177584	5,4
2012	174953	5,3
2013	183322	5,2
2014	197829	5
2015	221655	5,11
2016	236103	5
2017	256122	4,9
2018	279720	4,9
2019	308011	4,8



Гипотезы:

- 1) зависимость близка к гиперболической
- 2) зависимость близка к степенной
- 3) Зависимость близка к показательной

Пример построения прогноза по уравнению регрессии

Исходные статистические данные

Год	Количество действующих юридических лиц	Уровень безработицы, в процентах	1/x	lgx	lgy
1999	100831	13,5	9,91758E-06	5,003594	1,130334
2000	109428	12,8	9,13843E-06	5,039128	1,10721
2001	122935	10,4	8,13438E-06	5,089676	1,017033
2002	134508	9,3	7,4345E-06	5,128748	0,968483
2003	142629	8,8	7,0112E-06	5,154208	0,944483
2004	155927	8,4	6,41326E-06	5,192921	0,924279
2005	173621	8,1	5,75967E-06	5,239602	0,908485
2006	174794	7,8	5,72102E-06	5,242527	0,892095
2007	180646	7,3	5,53569E-06	5,256828	0,863323
2008	176717	6,6	5,65877E-06	5,247278	0,819544
2009	188800	6,6	5,29661E-06	5,276002	0,819544
2010	187161	5,8	5,34299E-06	5,272215	0,763428
2011	177584	5,4	5,63114E-06	5,249404	0,732394
2012	174953	5,3	5,71582E-06	5,242921	0,724276
2013	183322	5,2	5,45488E-06	5,263215	0,716003
2014	197829	5	5,05487E-06	5,29629	0,69897
2015	221655	5,11	4,51152E-06	5,345678	0,708421
2016	236103	5	4,23544E-06	5,373102	0,69897
2017	256122	4,9	3,90439E-06	5,408447	0,690196
2018	279720	4,9	3,575E-06	5,446724	0,690196
2019	308011	4,8	3,24664E-06	5,488566	0,681241

Пример построения прогноза по гиперболическому уравнению регрессии

Вывод итогов								
<i>Регрессионная статистика</i>								
Множественный R	0,942493725							
R-квадрат	0,888294421							
Нормированный R-квадрат	0,88241518							
Стандартная ошибка	0,890224921							
Наблюдения	21							
Дисперсионный анализ								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
Регрессия	1	119,7388732	119,7388732	151,0899827	1,72E-10			
Остаток	19	15,05750778	0,792500409					
Итого	20	134,796381						
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t- статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
Y-пересечение	-1,170181499	0,707412881	-1,65417047	0,114519306	-2,65081	0,310451	-2,65081	0,310451
Переменная X 1	1431073,254	116424,4056	12,29186653	1,72472E-10	1187394	1674752	1187394	1674752
Y = 1431073,254/x - 1,17018								
Прогноз безработицы при 320 000 предприятий: 3,301923919 %								

Пример построения прогноза по гиперболическому уравнению регрессии

ВЫВОД ОСТАТКА				
<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное Y</i>	<i>Остатки</i>	<i>Модуль остатка</i>	<i>Относительный остаток, %</i>
1	13,02260895	0,477391047	0,477391047	3,536229978
2	11,90757971	0,892420286	0,892420286	6,972033482
3	10,4707121	-0,070712096	0,070712096	0,679923996
4	9,469135523	-0,169135523	0,169135523	1,818661541
5	8,863354837	-0,063354837	0,063354837	0,719941327
6	8,00765976	0,39234024	0,39234024	4,67071714
7	7,072330951	1,027669049	1,027669049	12,68727221
8	7,017017455	0,782982545	0,782982545	10,03823775
9	6,751794377	0,548205623	0,548205623	7,509666074
10	6,92792595	-0,32792595	0,32792595	4,968574996
11	6,409655652	0,190344348	0,190344348	2,88400528
12	6,476033546	-0,676033546	0,676033546	11,65575079
13	6,888389397	-1,488389397	1,488389397	27,56276661
14	7,009576802	-1,709576802	1,709576802	32,25616607
15	6,636155187	-1,436155187	1,436155187	27,61836899
16	6,063708649	-1,063708649	1,063708649	21,27417297
17	5,286127874	-0,176127874	0,176127874	3,446729426
18	4,891042856	0,108957144	0,108957144	2,179142871
19	4,417285622	0,482714378	0,482714378	9,851313835
20	3,9459105	0,9540895	0,9540895	19,47121428
21	3,4759943	1,3240057	1,3240057	27,58345209
среднее			0,683916177	11,39925437